VALTIOTIETEELLINEN TIEDEKUNTA
TILASTOTIETEEN VALINTAKOE 6. 6. 2003

MATEMATIIKAN TEHTÄVÄT — ratkaisut ja arvostelu (LK & PN)

1. a) Ratkaise yhtälöpari

$$\begin{cases} 4x - 3y = 1 \\ 5x + 6y = -1. \end{cases} \qquad \textit{(3 p.)}$$

Ratkaisu:
Kertomalla ensimmäinen yhtälö kahdella saadaan yhtäpitävä yhtälöpari

$$\begin{cases} 8x - 6y = 2 \\ 5x + 6y = -1. \end{cases}$$

Laskemalla nämä yhtälöt puolittain yhteen saadaan $13x = 1$, josta $x = \frac{1}{13}$. Sijoittamalla tämä alkuperäisen yhtälöparin ensimmäiseen yhtälöön saadaan $4 \cdot \frac{1}{13} - 3y = 1$ eli $3y = \frac{4}{13} - 1 = -\frac{9}{13}$, josta $y = -\frac{3}{13}$. Siis yhtälöparin ratkaisu on $(x, y) = (\frac{1}{13}, -\frac{3}{13})$.

Arvostelu:
Yksittäinen laskuvirhe -0.5 p. Joko x tai y jäänyt ratkaisematta -1 p.

b) Kuinka monta reaalijuurta on yhtälöllä $x^3 + 2 = x^2 + x$? *(3 p.)*

Ratkaisu:
Kyseiset juuret ovat täsmälleen polynomin $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ (reaaliset) nollakohdat. Tutkitaan f:n kulkua derivaatan avulla. Polynomifunktiona f on jatkuva ja derivoituva ja $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$. Siis f':n kuvaaja on ylösaukeava paraabeli, ja sen nollakohdat ovat $x = -\frac{1}{3}$ ja $x = 1$. Näin ollen f on aidosti kasvava väleillä $]-\infty, -\frac{1}{3}]$ ja $[1, \infty[$ sekä aidosti vähenevä välillä $[-\frac{1}{3}, 1]$. Koska $f(-2) = -8 < 0$ ja $f(-\frac{1}{13}) = \frac{59}{27} > 0$, seuraa f:n jatkuvuuden (ja ns. Bolzanon lauseen) perusteella, että f:llä on nollakohta välillä $[-2, -\frac{1}{13}]$. Siten f:llä on täsmälleen yksi nollakohta välillä $]-\infty, -\frac{1}{3}]$. Toisaalta $f(1) = 1 > 0$, joten f:llä ei ole nollakohtia väleillä $[-\frac{1}{3}, 1]$ ja $[1, \infty[$.

$$\begin{array}{r|c|c|c} f'(x) & + & - & + \\ f(x) & \nearrow & \searrow & \nearrow \\ \hline & & -\frac{1}{3} \quad\quad 1 & \end{array}$$

Vastaus: yhtälöllä $x^3 + 2 = x^2 + x$ on täsmälleen yksi reaalijuuri.

Arvostelu:
Funktion f jatkuvuus jäänyt mainitsematta -0.5 p. Nollakohdan olemassaolon perustelut puuttuvat -1 p.

2. Halutaan valmistaa litran vetoinen suorakulmaisen särmiön muotoinen kanneton astia, jonka pohja on neliö. Vaippaan käytettävä pelti on kaksi kertaa niin kallista kuin pohjaan käytettävä. Miten astian korkeus ja pohjasärmän pituus on valittava, jotta astian valmistaminen tulisi mahdollisimman edulliseksi? (Tarkat arvot, ei likiarvoja.) *(6 p.)*

Ratkaisu:
Olkoon astian korkeus h cm ja pohjasärmän pituus x cm, missä $h > 0$ ja $x > 0$. Astian tilavuudelle asetetusta ehdosta saadaan yhtälö $x^2 h = 1000$ eli $h = 1000/x^2$. Valmistuskus-

tannukset ovat suoraan verrannolliset lausekkeeseen

$$K = \text{pohjan ala} + 2 \cdot \text{vaipan ala} = x^2 + 2 \cdot 4xh = x^2 + \frac{8000}{x}.$$

Tarkastellaan tätä muuttujan x funktiona $K(x)$. Selvästi K on derivoituva määrittelyjoukossaan $]0,\infty[$ ja

$$K'(x) = 2x - \frac{8000}{x^2} = \frac{2x^3 - 8000}{x^2}.$$

Koska $x^2 > 0$, niin osoittaja määrää derivaatan merkin. Osoittaja $2x^3 - 8000$ on aidosti kasvava funktio ja $2x^3 - 8000 = 0 \Leftrightarrow x^3 = 4000 \Leftrightarrow x = 10\sqrt[3]{4}$. Siten $K'(x) < 0$, kun $x \in]0, 10\sqrt[3]{4}[$, ja $K'(x) > 0$, kun $x \in]10\sqrt[3]{4}, \infty[$. Siis K on aidosti vähenevä välillä $]0, 10\sqrt[3]{4}]$ ja aidosti kasvava välillä $[10\sqrt[3]{4}, \infty[$, joten se saa pienimmän arvonsa kohdassa $x = 10\sqrt[3]{4}$. Tällöin

$$h = \frac{1000}{x^2} = \frac{1000}{100\sqrt[3]{16}} = \frac{5}{\sqrt[3]{2}}.$$

Vastaus: astian korkeudeksi tulee valita $5/\sqrt[3]{2}$ cm ja pohjasärmän pituudeksi $10\sqrt[3]{4}$ cm.

Arvostelu:

Laskuvirhe -1p. Ääriarvoa ei ole perusteltu minimiksi funktion kulun tai toisen derivaatan avulla -1p. Ei mitään mainintaa ääriarvosta -2p. Kustannusfunktion määrittelyssä virhe -2p.

3. Tarkastellaan kolmiota, jonka kärkipisteet ovat $O = (0,0)$, $A = (3,4)$ ja $B = (0,6)$.

a) Määritä kulman AOB puolittajan ja sivun AB leikkauspiste. *(3 p.)*

Ratkaisu:

Muodostetaan paikkavektorit $\overrightarrow{OA} = 3\mathbf{i}+4\mathbf{j}$ ja $\overrightarrow{OB} = 6\mathbf{j}$ sekä erotusvektori $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = -3\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$. Olkoon etsitty leikkauspiste P. Kulmanpuolittajalauseen mukaan kolmion kulman puolittaja jakaa vastaisen sivun viereisten sivujen suhteessa. Koska $|\overrightarrow{OA}| = 5$ ja $|\overrightarrow{OB}| = 6$, saadaan P:n paikkavektoriksi

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \frac{5}{5+6}\overrightarrow{AB} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + \frac{5}{11}(-3\mathbf{i} + 2\mathbf{j}) = \frac{18}{11}\mathbf{i} + \frac{54}{11}\mathbf{j}.$$

Siis $P = (\frac{18}{11}, \frac{54}{11}) = (1\frac{7}{11}, 4\frac{10}{11})$.

Arvostelu:

Toteamalla, että piste P jakaa janan AB suhteessa $6:5$, saa $+1.5$p. ja määrittämällä P:n koordinaatit $+1.5$p. Vähäinen laskuvirhe -0.5p. Isompi laskuvirhe -1p.

b) Kolmion rajoittama alue pyörähtää x-akselin ympäri. Laske syntyvän pyörähdyskappaleen tilavuus. *(3 p.)*

Ratkaisu:

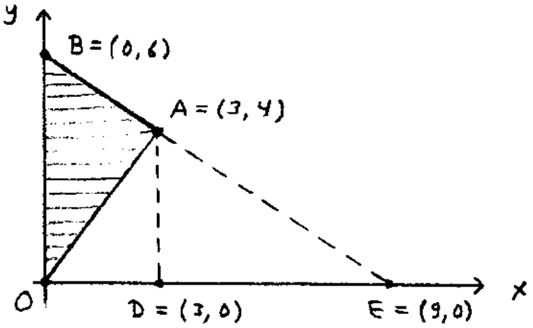
Tapa 1. Pisteiden O ja A kautta kulkevan suoran yhtälö on $y = \frac{4}{3}x$, ja pisteiden B ja A kautta kulkevan suoran yhtälö on $y = -\frac{2}{3}x + 6$. Yleistä pyörähdyskappaleen tilavuuden kaavaa soveltamalla saadaan kysytyksi tilavuudeksi

$$V = \pi\int_0^3 \left(-\tfrac{2}{3}x + 6\right)^2 dx - \pi\int_0^3 \left(\tfrac{4}{3}x\right)^2 dx = \pi\int_0^3 \left(-\tfrac{12}{9}x^2 - 8x + 36\right) dx$$

$$= \pi \Big/_0^3 \left(-\tfrac{4}{9}x^3 - 4x^2 + 36x\right) = \pi(-12 - 36 + 108) = 60\pi.$$

Tapa 2. Merkitään $D = (3,0)$ ja $E = (9,0)$. Tällöin pisteet B, A ja E ovat samalla suoralla. Kolmion OEB pyörähtäessä x-akselin ympäri syntyy kartio, jonka tilavuus on

$V_1 = \frac{1}{3}\pi 6^2 9 = 108\pi$. Samoin kolmioiden ODA ja DEA pyörähtäessä syntyvät kartiot, joiden tilavuudet ovat $V_2 = \frac{1}{3}\pi 4^2 3 = 16\pi$ ja $V_3 = \frac{1}{3}\pi 4^2 6 = 32\pi$. Kysytty tilavuus on $V = V_1 - V_2 - V_3 = 60\pi$.



Tapa 3. Ns. Pappuksen kaavan mukaan on $V = 2\pi y A$, jossa y on pyörähtävän tasoalueen painopisteen etäisyys pyörähdysakselista ja A on sen pinta-ala. (Huomattava, että alue ei leikkaa pyörähdysakselia!) Kolmion OAB painopisteen koordinaatit ovat

$$x = \frac{0+3+0}{3} = 1, \qquad y = \frac{0+4+6}{3} = \frac{10}{3},$$

ja sen pinta-ala on $A = \frac{1}{2}6 \cdot 3 = 9$. Siten $V = 2\pi \cdot \frac{10}{3} \cdot 9 = 60\pi$.

Arvostelu *(tapa 1)*:
Lauseke $V = \pi \int_0^3 (\cdots)^2\,dx - \pi \int_0^3 (\cdots)^2\,dx$ oikein muodostettu $+2$p. Integraalit laskettu $+1$p. Pieni laskuvirhe -0.5p. Irtopisteitä saa esim. pyörähdyskappaleen tilavuuden kaavan muistamisesta $+0.5$p.

Tilastotieteen koulutusohjelman sisäänpääsykuulustelu
Tilastotieteen kokeen arvosteluperusteet

1.	oikea vastaus per kohta +1 piste, väärä vastaus 0 pistettä	
2. a)	puuttuu tai on liikaa jokin yhdistelmä	-1.00 p
	annettu komplementtitapahtuman todennäköisyys	-1.00 p
	pieni laskuvirhe	-0.25 p
2. b)	annettu komplementtitapahtuman todennäköisyys	-1.00 p
	z_1 ja z_2 oikein	+1.00 p
	lopputulos puuttuu	-0.25 p
	pieni laskuvirhe	-0.25 p
2. c)	z_1 ja z_2 oikein	+1.00 p
	keskihajonta sotkettu varianssiksi	-0.50 p
	pieni laskuvirhe	-0.25 p
3.	odotetut frekvenssit laskettu oikein	+2.00 p
	H0 ja H1 puuttuvat	-2.00 p
	vapausasteet väärin	-1.00 p
	johtopäätös väärin	-1.00 p
	pieni laskuvirhe	-0.25 p

VALTIOTIETEELLINEN TIEDEKUNTA
SISÄÄNPÄÄSYKUULUSTELU 2003, TILASTOTIETEEN KOULUTUSOHJELMA

1. Tässä tehtävässä merkitse x oikeaksi katsomasi vastauksen kohdalle.

	a)	b)	c)	d)
1.1. Kuinka moneen eri järjestykseen voidaan asettaa 6 tilastotieteen, 3 sosiologian ja 4 kansantalous-tieteen kirjaa, kun saman oppiaineen kirjojen on oltava yhdessä? (1p) a) 10 368 b) 62 208 c) 103 680 d) 622 080	☐	☐	☐	■
1.2. Oletetaan, että A ja B ovat riippumattomia tapahtumia ja että $P(A) = 0.2$ sekä $P(B) = 0.6$. Tällöin $P(A \cup B)$ on (1p) a) 0.12 b) 0.60 c) 0.62 d) 0.68	☐	☐	☐	■
1.3. Heitetään kahta harhatonta noppaa. Olkoot tapahtumat $A = \{(x_1,x_2) \mid x_1 = 2 \text{ tai } 3\}$ ja $B = \{(x_1,x_2) \mid \lvert x_1 - x_2 \rvert = 2\}$ Tällöin $P(A \cup B)$ on (1p) a) 0.472 b) 0.500 c) 0.528 d) 0.556	■	☐	☐	☐
1.4. Vedetään viisi korttia hyvin sekoitetusta korttipakasta. Todennäköisyys, että saadaan täsmälleen kaksi ässää, on (1p) a) 0.040 b) 0.404 c) 0.408 d) 0.412	■	☐	☐	☐
1.5. Oletetaan, että $\underline{y} = \underline{x}_1 + 2\underline{x}_2 - 3\underline{x}_3$ ja että $D^2\underline{x}_i = 2$. Lisäksi $\underline{x}_i$:t ovat riippumattomia. Tällöin $D^2\underline{y}$ on (1p) a) 6 b) 12 c) 24 d) 28	☐	☐	☐	■
1.6. Mitä tapahtuu perusjoukon odotusarvon luottamusvälille, kun otoskokoa pienennetään? (1p) a) se kasvaa b) se lyhenee c) se ei muutu d) sitä ei voida määrätä	■	☐	☐	☐

2.1. Annelin koulumatkalla on kolme jalankulkuvaloa. Valot toimivat toisistaan
2p riippumattomasti ja ne näyttävät vihreätä 20%, 30% ja 40% ajasta. Anneli ehtii kouluun, jos hän joutuu pysähtymään valoissa enintään kaksi kertaa. Millä todennäköisyydellä hän ehtii ajoissa kouluun?

2.2. Heitetään kolmea harhatonta noppaa. Mikä on todennäköisyys, että noppien
2p silmälukujen summa on ainakin 16?

2.3. Oletetaan, että $\underline{x} \sim N(\mu,\sigma^2)$, jossa μ on odotusarvo ja σ^2 on varianssi. Määrää μ ja σ^2, kun
2p $P(\underline{x} \leq -2) = 0.15$ ja $P(\underline{x} > 7) = 0.05$.

3. Tutkija epäilee, että hänen tutkimansa ilmiö noudattaa binomijakaumaa
6p parametrein 4 ja 0.3. Hän suoritti 300 kokeen sarjan, jossa tulokset olivat

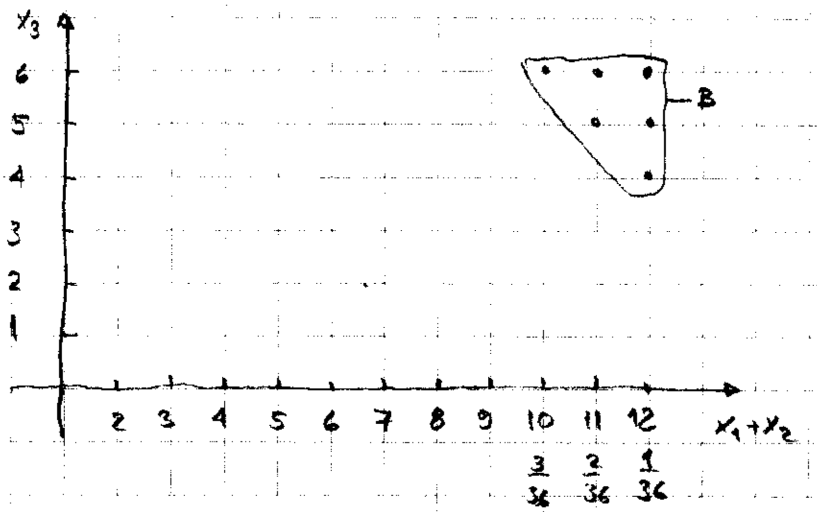
	0	1	2	3	4
havaittu frekvenssi	65	133	68	28	6

Testaa 5%:n merkitsevyystasolla tutkijan hypoteesia.

2.1. $A = \{ \text{ANNELI EHTII AJOISSA KOULUUN} \} = \{ \text{ENINTÄÄN KAKSI KERTAA} \}$

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - 0.8 \cdot 0.7 \cdot 0.6 \approx \underline{0.66}$$

2.2. $B = \{ (x_1, x_2, x_3) \mid x_1 + x_2 + x_3 \geq 16 \}$



$$P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{36} + \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{36} + \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{36} = \frac{10}{216} \approx \underline{0.046}$$

2.3. $X \sim N(\mu, \sigma^2) \qquad \mu = ? \qquad \sigma^2 = ?$

$P(X \leq -2) = 0.15 \qquad P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{-2-\mu}{\sigma} \right) = 0.15$

$\Phi\left(\frac{-2-\mu}{\sigma} \right) = 0.15 \qquad \frac{-2-\mu}{\sigma} = -1.04 \qquad -2 - \mu = -1.04\sigma$

$P(X > 7) = 0.05 \qquad 1 - P(X \leq 7) = 0.05 \qquad P(X \leq 7) = 0.95$

$P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{7-\mu}{\sigma} \right) = 0.95 \qquad \Phi\left(\frac{7-\mu}{\sigma} \right) = 0.95 \qquad \frac{7-\mu}{\sigma} = 1.65$

$7 - \mu = 1.65\sigma$

$$\begin{array}{rl} -2 - \mu &= -1.04\sigma \\ \mp 7 \pm \mu &= \mp 1.65\sigma \\ \hline -9 &= -2.69\sigma \end{array}$$

$\sigma = \frac{-9}{-2.69} \approx 3.35 \qquad \underline{\sigma^2 = 11.2}$

$-2 - \mu = -1.04 \cdot 3.35 \qquad \mu = 1.04 \cdot 3.35 - 2 \qquad \underline{\mu = 1.48}$

3. H_0: $\underline{X} \sim BIN(4, 0.3)$ $\alpha = 0.05$

$\alpha = 0.05$ H_1: $\underline{X} \nsim BIN(4, 0.3)$

	0	1	2	3	4	Σ
HAV. FREKV	65	133	68	28	6	300

$$e_0 = nP(\underline{X}=0) = 300 \cdot 0.3^0 \cdot 0.7^4 \approx 72.0$$
$$e_1 = nP(\underline{X}=1) = 300 \cdot 0.3^1 \cdot 0.7^3 \approx 123.5$$
$$e_2 = nP(\underline{X}=2) = 300 \cdot 0.3^2 \cdot 0.7^2 \approx 79.4$$
$$e_3 = nP(\underline{X}=3) = 300 \cdot 0.3^3 \cdot 0.7^1 \approx 22.7$$
$$e_4 = nP(\underline{X}=4) = 300 \cdot 0.3^4 \cdot 0.7^0 \approx 2.4$$

$$\chi^2 = \frac{65^2}{72.0} + \frac{133^2}{123.5} + \frac{68^2}{79.4} + \frac{28^2}{22.7} + \frac{6^2}{2.4} - 300 \approx 9.69$$

$$\nu = 5 - 1 - 0 = 4$$

KOSKA $\chi^2 = 9.69 > \chi^2_{.05}(4) = 9.488$, H_0 HYLÄTÄÄN 5%:N MERKITSEVYYSTASOLLA ELI $\underline{X}$ EI NOUDATA BINOMIJAKAUMAA PARAMETREIN 4, 0.3.

MATEMATIIKKA/TILASTOTIEDE — ratkaisut ja arvostelu

1. a) Ratkaise yhtälö $x^2 - 1 = 5(x-1)$. *(2 p.)*

Ratkaisu:

$x^2 - 1 = 5(x-1) \Leftrightarrow (x+1)(x-1) - 5(x-1) = 0 \Leftrightarrow (x-4)(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 4$ tai $x = 1$.
Siis yhtälön ratkaisut ovat $x = 1$ ja $x = 4$.

Arvostelu:

Kummastakin ratkaisusta (korrektilla tavalla löydettynä) $+1$p. Yksittäinen pieni laskuvirhe -1p.

b) Laske $\int_1^8 x(2\sqrt{x} - 1)\,dx$. *(2 p.)*

Ratkaisu:

$$\begin{aligned}\int_1^8 x(2\sqrt{x}-1)\,dx &= \int_1^8 (2x^{3/2} - x)\,dx = \Big/_{1}^{8} \left(\frac{4}{5}x^{5/2} - \frac{1}{2}x^2\right) \\ &= \left(\frac{4}{5}\cdot 8^{5/2} - \frac{1}{2}\cdot 8^2\right) - \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{2}\right) = \frac{4}{5}\cdot 128\sqrt{2} - 32 - \frac{3}{10} \\ &= \frac{1024\sqrt{2} - 323}{10}.\end{aligned}$$

Arvostelu:

Integraalifunktio muodostettu oikein $+1$p. Mikäli ei, koko tehtävästä tulee 0p. paitsi jos virhe on hyvin vähäinen (tyypillisesti $x^{5/2}$:n tai x^2:n kertoimessa lapsus). Sijoitus tehty oikein $+\frac{1}{2}$p. Sievennetty mahdollisimman siistiin muotoon $+\frac{1}{2}$p.

c) Vektorit $\bar{a}$, $\bar{b}$ ja $\bar{c}$ lähtevät samasta pisteestä ja toteuttavat yhtälön $2\bar{a} - 3\bar{b} + \bar{c} = 0$. Osoita, että niiden päätepisteet ovat samalla suoralla. *(2 p.)*

Ratkaisu:

Olkoot A, B ja C vektoreiden $\bar{a}$, $\bar{b}$ ja $\bar{c}$ päätepisteet. Oletuksesta seuraa $\bar{c} = 3\bar{b} - 2\bar{a}$, jolloin $\bar{c} - \bar{a} = 3\bar{b} - 2\bar{a} - \bar{a} = 3(\bar{b} - \bar{a})$. Siten vektorit $\overrightarrow{AC} = \bar{c} - \bar{a}$ ja $\overrightarrow{AB} = \bar{b} - \bar{a}$ ovat yhdensuuntaiset, mikä merkitsee, että pisteet A, B ja C ovat samalla suoralla.

Arvostelu:

Oivallettu, että tarvitaan muotoa $\bar{c} - \bar{a} = k(\bar{b} - \bar{a})$ (k reaaliluku) oleva yhtälö (tai vastaava) $+1$p. Johdettu sellainen oletuksesta $+1$p.

Valtiotieteellinen tiedekunta
Yleinen sisäänpääsykuulustelu
Tilastotieteen arvosteluperusteet

2. oikea vastaus per kohta +1 piste, väärä vastaus 0 pistettä

3. a) annettu komplementtitapahtuman todennäköisyys	-1.00 p
lopputulos puuttuu	-0.25 p
pieni laskuvirhe	-0.25 p
b) oikea vastaus ilman perusteluja	+0.50 p
melkein valmis ratkaisu logaritmimuodossa	+1.75 p
pieni laskuvirhe	-0.25 p
lopputulos puuttuu	-0.25 p
c) oikea vastaus ilman perusteluja	+0.50 p
annettu komplementtitapahtuman todennäköisyys	-1.00 p
pieni laskuvirhe	-0.25 p
lopputulos puuttuu	-0.25 p
väärä lopputulos	-0.25 p

VALTIOTIETEELLINEN TIEDEKUNTA
SISÄÄNPÄÄSYKUULUSTELU 2003, YLEINEN KOE, TILASTOTIEDE

2. Tässä tehtävässä merkitse x oikeaksi katsomasi vastauksen kohdalle.

a) b) c) d)

2.1. Uudessa eduskunnassa Keskustapuolueella on 55 kansanedustajaa, joista on 13 naista. Puolue aikoo valita kansanedustajiensa joukosta valiokunnan, jossa on kolme naista ja kolme miestä. Kaikkiaan voidaan valita
1p

a) 3 048 760 b) 3 283 280 c) 3 529 526 d) 4 178 720 ryhmää. ☐ ■ ☐ ☐

2.2. Heitetään kahta harhatonta noppaa. Todennäköisyys, että suurempi tulos on viisi, kun tiedetään, että pienempi tuloksista on kaksi, on
1p

a) 0.111 b) 0.222 c) 0.333 d) 0.444 ☐ ■ ☐ ☐

2.3. Sadasta viimeisestä asiakkaasta 20 osti tietokoneen käydessään pc-kaupassa. Todennäköisyys, että seuraava asiakas ostaa tietokoneen on
1p

a) 0.00 b) 0.20 c) 0.40 d) 0.80 ☐ ■ ☐ ☐

2.4. Oletetaan, että $\underline{z} \sim N(0,1)$. Tällöin $P(\underline{z} > -1.18)$ on

1p a) 0.0881 b) 0.1190 c) 0.8810 d) 0.9119 ☐ ☐ ■ ☐

2.5. Olkoon $P(A) = 0.40$, $P(B) = 0.20$ ja $P(A \cap B) = 0.10$.

1p Todennäköisyys, että korkeintaan A esiintyy on ☐ ☐ ■ ☐
a) 0.60 b) 0.72 c) 0.80 d) 0.90.

2.6. Tilastollisessa testauksessa hylkäämisalueen sijainnin
1p määrää a) merkitsevyystaso b) hylkäämisvirhe c) H_0 d) H_1

☐ ☐ ☐ ■

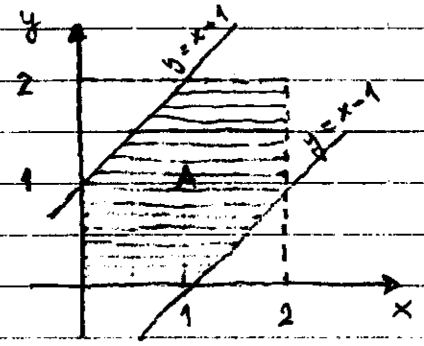
3.1. Väliltä [0,2] valitaan satunnaisesti kaksi reaalilukua. Millä todennäköisyydellä niiden erotuksen itseisarvo on korkeintaan 1?
2p

3.2. Myyntimies tehdessään tarjouksen saa sopimuksen todennäköisyydellä 0.3 ja tämä todennäköisyys pysyy kiinteänä tarjouksesta toiseen. Kuinka monta tarjousta on myyntimiehen tehtävä, jotta hän todennäköisyydellä, joka on suurempi kuin 0.95, saa ainakin yhden sopimuksen?
2p

3.3. Kuinka monta prosenttia normaalisti jakautuneen satunnaismuuttujan arvoista poikkeaa odotusarvosta korkeintaan kahden keskihajonnan verran?
2p

3.1. $E = \{(x,y) \mid 0 \le x \le 2,\ 0 \le y \le 2\}$

$A = \{(x,y) \mid |y-x| \le 1\} = \{(x,y) \mid x-1 \le y \le x+1\}$



NELIÖN PINTA-ALA $2 \times 2 = 4$

ALUEEN A PINTA-ALA SAADAAN

KUN VÄHENNETÄÄN KAHDEN KOLMION

PINTA-ALAT $1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}$ ELI

$$4 - 2 \cdot \frac{1}{2} = 3$$

NÄIN OLLEN $P(A) = 3/4 = \underline{0.75}$

3.2. $\underline{x}$ KUVAA SOPIMUSTEN LUKUMÄÄRÄÄ

$\underline{x} \sim BIN(n, 0.3)$

$P(\underline{x} \ge 1) > 0.95$

$1 - P(\underline{x} = 0) < 0.95 \qquad P(\underline{x} = 0) > 0.05$

$\binom{n}{0} 0.3^0 0.7^n > 0.05 \qquad n \log 0.7 > \log 0.05$

$n > \frac{\log 0.05}{\log 0.7} \approx 8.4 \qquad \underline{n \ge 9}$

3.3. $\underline{x} \sim N(\mu, \sigma^2)$

$P(\mu - 2\sigma < \underline{x} \le \mu + 2\sigma) = P\left(\frac{\mu - 2\sigma - \mu}{\sigma} < \frac{\underline{x} - \mu}{\sigma} \le \frac{\mu + 2\sigma - \mu}{\sigma}\right)$

$= P(-2 < \underline{z} \le 2) = \Phi(2) - \Phi(-2) = 2\Phi(2) - 1$

$= 2 \cdot 0.9772 - 1 = 0.9544$

<u>95.44 PROSENTTIA</u>