

MALLIVASTAUS

Pääsykoekirjat

1 Kysytyt käsitteet ovat seuraavat:

a Täystyöllisyysjäämä on se ylijäämä, joka julkiselle sektorille muodostuisi vallitsevin tulo- ja menoperustein, jos tuotanto vastaisi täystyöllisyyttä. Kun taloudessa on esimerkiksi laskukausi, on toteutunut julkisen sektorin alijäämä suurempi kuin täystyöllisyysjäämä, koska julkisen sektorin automaattinen stabilisaatio pienentää verotuloja ja lisää eräitä julkisia menoja. Läheinen ilmaus on normeerattu tuloylijäämä. Vastauksessa on mainittava, että jäämä voi olla positiivinen tai negatiivinen. (P-S 344).

b Verorasituksen kohtaanto on se veromäärä, jonka kukin yksilö tai ryhmä viime kädessä joutui maksamaan. Kun veron asettaminen muuttaa suhteellisia hintoja, se voi siirtyä osaksi tai kokonaan muun kuin lain mukaan verovelvollisen maksettavaksi. Esimerkiksi välillinen vero voi siirtyä kohonneen hinnan muodossa kuluttajille. Vastauksessa on mainittava joko kysynnän hintajousto tai että veron saattaa joutua viime kädessä maksamaan joku muu kuin kenelle se on määrätty (P-S 345).

c Substituutiovaikutus on hyödykkeen kysytyn määrän muutos, joka johtuu sen hinnanmuutoksesta, kun hinnanmuutoksen aiheuttama vaikutus reaalitytöön on eliminoitu. Vastauksessa täytyy mainita, että vaikutus reaalitytöön on eliminoitu tai vakioitu. (P-S 342).

d Resurssi on niukka silloin, kun hinnan ollessa nolla sen kysyntä ylittää tarjonnan. Pelkkä ”on hinta” ilman perusteluja ei riitä. (B-F-D 5).

e Verkkoeksternaliteetti syntyy, kun jokainen verkkoon liittyvä uusi jäsen tuo hyötyä aikaisemmin verkkoon liittyneille. Myös kirjan esimerkki on hyvä vastaus. (B-F-D 202).

f Strateginen liittouma on sekoitus yhteistyötä ja kilpailua tilanteessa, jossa joukko tuottajia tarjoaa tuotteita, jotka osittain täydentävät toisiaan. (B-F-D 206).

2 a Sijoituksen odotettu arvo vuoden päästä on $(\frac{1}{2})200 + (\frac{1}{2})50 = 125$ Eurooppa-rahastossa ja $(\frac{1}{2})400 + (\frac{1}{2})20 = 210$ Russia-rahastossa (B-F-D 190).

b Merkitään H = korkeampi arvo ja L = matalampi arvo. Merkintä HH tarkoittaa siis, että E-rahasto saa korkean arvon ja R-rahasto saa myös korkean arvon jne. Koska sijoitus kumpaankin rahastoon on 50 Euroa (siis puolet 100 eurosta), saadaan vaihtoehtoiset, toisistaan riippumattomat arvot laskettua seuraavasti (B-F-D 190):

$$HH = (200 + 400)/2 = 300,$$

$$HL = (200 + 20)/2 = 110,$$

$$LH = (50 + 400)/2 = 225,$$

$$LL = (50 + 20)/2 = 35.$$

c Täydellinen negatiivinen korrelaatio tarkoittaa sitä, että vain tapaukset HL ja LH voivat toteutua. Jos siis E-rahaston arvo on korkea, R-rahaston arvo on alhainen ja päinvastoin. Nämä arvot ovat siis (B-F-D 191)

$$HL = (200 + 20)/2 = 110,$$

$$LH = (50 + 400)/2 = 225.$$

d Riskineutraali sijoittaja on kiinnostunut vain keskimääräisestä (odotetusta) tuotosta (B-F-D 184). Russia-rahaston keskimääräinen tuotto on 210 euroa, siis paljon korkeampi kuin Eurooppa-rahaston keskimääräinen tuotto 125 euroa. Riskineutraali sijoittaja sijoittaa siis kaikki varansa Russia-rahastoon.

- 3 Maaryhmät ovat alla. Jokaisesta maasta on suluissa vuoden 1988 Bruttokansantulo Yhdysvaltain dollareina ilmoitettuna.
- a Köyhät maat: maat G Burundi (140) ja C Nepal (210),
 - b Alemman keskitulon maat: E Filippiinit (1050) ja A Thaimaa (2200),
 - c Ylemmän keskitulon maat: F Meksiko (3970) ja B Argentiina (8970)
 - d Rikkaat maat: H Englanti (21400) ja D Yhdysvallat (29340). Näiden maiden selkein ero tehtävän tilastojen valossa on, että väestönkasvu on Yhdysvalloissa edelleen paljon korkeampi kuin Englannissa jatkuvasta maahanmuutosta johtuen. Lisäksi imeväiskuolleisuus on Yhdysvalloissa hieman korkeampi.

Aineisto

4 Kysynnän hintajousto Kysynnän hintajousto on kysytyn määrän prosenttimuutos jaettuna hyödykkeen hinnan prosenttimuutoksella (P-S 80). Aineisto (s. 5) antaa kaavan

$$\varepsilon_f(x) = \frac{x}{f(x)} f'(x), \text{ jota soveltaen saadaan:}$$

a $q = f(p) = 10 - 5p$

$$f'(p) = -5$$

$$\varepsilon(p) = -5 \frac{p}{10 - 5p} = -\frac{p}{2 - p}.$$

b $q = 4p^{-0.5}$

$$f'(p) = -2p^{-1.5}$$

$$\varepsilon = -2p^{-1.5} \frac{p}{4p^{-0.5}} = -\frac{1}{2}.$$

c Kysyntä on joustavaa, joustamatonta tai yksikköjoustavaa sen mukaan, onko jouston itseisarvo ykköistä suurempi, yhtä suuri, vai pienempi kuin yksi (P-S 81). Kysynnän jouston itseisarvo kohdassa b on $\frac{1}{2}$, joten kysyntä on joustamatonta. Kysyntäfunktio $q = 4p^{-0.5}$ on ns. vakiojoustoinen kysyntäfunktio.

5a Yrityksen voitto on myynnistä saatujen tulojen ja kustannusten erotus (P-S 70). Yrityksen voitoksi $\pi(q)$ muodostuu siis

$$\begin{aligned} \pi(q) &= R(q) - C(q) \\ &= 20q - (1/2)q^2 - (1/3)q^3 + (11/2)q^2 - 36q - 10 \\ &= -(1/3)q^3 + 5q^2 - 16q - 10. \end{aligned}$$

Koska tuotannon määrä q voi olla vain ei-negatiivinen, mutta korkeintaan 10, määritellään funktion $\pi(q)$ ääriarvokohdat välillä $0 \leq q \leq 10$. (esimerkkinä voi käyttää aineiston esimerkkiä 2.36.)

1. kertaluvun ehto:

$$\pi' = -q^2 + 10q - 16 = 0 \Leftrightarrow$$

$$q^2 - 10q + 16 = 0$$

Tämän lauseen ratkaisemiseksi sovelletaan toisen asteen yhtälön juurikaavaa:

$$q_{\{1,2\}} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

jossa $a = 1$, $b = -10$ ja $c = 16$. Tällöin

$$q_{\{1,2\}} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 64}}{2}, \text{ josta } q_1 = 2 \text{ ja } q_2 = 8.$$

2. kertaluvun ehdot: Toinen derivaatta on $\pi'' = -2q + 10$, josta $\pi''(2) = 6$ ja $\pi''(8) = -6$, joten $q = 2$ on voiton paikallinen minimikohta ja $q = 8$ on voiton paikallinen maksimikohta.

Välin päätepisteissä: $\pi'(0) = -16 \Rightarrow q = 0$ paikallinen maksimikohta ja

$\pi'(10) = -100 + 100 - 16 = -16 \Rightarrow q = 10$ paikallinen minimikohta. Koska voittofunktiolla on siis kaksi paikallista maksimia, on verrattava voittofunktion arvoja näissä kohdissa. Nähdään helposti, että $\pi(0) = -16$. Voitto $\pi(8)$ voidaan laskea käsin myös tarkasti (arvo on $34/3$), mutta ongelman ratkaisemiseksi riittää myös sen likiarvon arviointi. Sitä varten kirjoitetaan voittofunktio seuraavasti:

$$\pi(q) = R(q) - C(q)$$

$$= 20q - (1/2)q^2 - (1/3)q^3 + (11/2)q^2 - 36q - 10$$

$$= -(1/3)q^3 + 5q^2 - 16q - 10$$

$$= -q \left[(1/3)q^2 - 5q + 16 \right] - 10$$

$$= -q \left[\frac{64}{3} - 40 + 16 \right] - 10$$

$$\approx -8[21 - 40 + 16] - 10$$

$$= -8 \cdot (-3) - 10 = 24 - 10 = 14 > 0.$$

Voitto $\pi(8)$ on siis positiivinen ja suurempi kuin $\pi(0) = -16$. Koska voittofunktio on jatkuva funktio suljetulla ja rajoitetulla välillä, paikallinen maksimi $\pi = 8$ on samalla absoluuttinen maksimi. Vastaus on siis: tuotoksen määrä $q = 8$.

6a

Käytetään jälleen esimerkkinä aineiston esimerkkiä 2.36. Tarkastellaan ensin muuttujien x ja y mahdollisia arvoja. Kuluttaja voi käyttää kaikki rahansa hyödykkeeseen x , jolloin hyödykettä saadaan määrä $[w(1 - \tau)L]/4$ ja hyödykettä y määrä 0 . Vastaavasti, jos ostetaan vain hyödykettä y voidaan saada määrä $[w(1 - \tau)L]/8$ ja hyödykettä x määrä 0 . Kuitenkin molemmat näistä välin päätepisteistä tuottavat hyödyille arvon $u = xy = 0$, joten sellainen vapaa maksimi välin sisäpisteissä, jolla $x > 0$ ja $y > 0$ ja $u > 0$ ovat kuluttajan kannalta parempia. Sijoittaen annetut numeeriset arvot paikalleen saadaan hyötyfunktio ja budjettirajoite

$$u = xy \quad \text{Hyötyfunktio,}$$

$$4x + 8y = w(1 - \tau)L \quad \text{Budjettirajoite.}$$

Ratkaistaan budjettirajoite x :n suhteen ja sijoitetaan saatu tulos hyötyfunktioon. Derivoidaan hyötyfunktio y :n suhteen ja asetetaan derivaatta nolllaksi ja ratkaistaan y :

$$\begin{aligned}
 4x + 8y &= w(1 - \tau)L \\
 x &= (1/4) w(1 - \tau)L - 2y \\
 u &= (1/4) w(1 - \tau)Ly - 2y^2 \\
 D[(1/4) w(1 - \tau)Ly - 2y^2] &= [(1/4) w(1 - \tau)L - 4y = 0 \\
 y &= (1/16) w(1 - \tau)L. \text{ Sijoitetaan ja ratkaistaan } x: \\
 x &= (1/4) w(1 - \tau)L - 2[(1/16) w(1 - \tau)L] \\
 &= (1/8) w(1 - \tau)L
 \end{aligned}$$

Saadut hyödykekysynnät x ja y riippuvat molemmat negatiivisesti veroasteesta τ ; veroasteen kasvattaminen vähentää hyödykkeiden kysyntää. Huom! Voidaan myös derivoida hyödykekysynnät x ja y veroasteen τ suhteen. Huomaa myös, että edellä laskettu ääriarvo on maksimi, koska k.o. funktio on alaspäin aukeava paraabeli. On myös huomattava, että veron vaikutusten laskeminen vaatii molempien hyödykkeiden kysynnän laskemista. Pelkkä budjettisuoraa koskeva toteamus ei riitä, sillä jompikumpi (molemmat) hyödykkeistä voi olla inferioirinen.

b Määritetään verofunktion $T(\tau)$ ääriarvokohdat välillä $0 \leq \tau \leq 1$.

1. kertaluvun ehto: Kirjoitetaan verotulo T veroasteen τ funktiona, otetaan derivaatta ja asetetaan nolllaksi ja ratkaistaan τ :

$$\begin{aligned}
 T &= \tau wL \\
 &= - (1/2)\tau^3 w + (1/2)\tau^2 w \\
 &= w[- (1/2)\tau^3 + (1/2)\tau^2] \\
 T' &= w[-(3/2)\tau^2 + (2/2)\tau] \\
 &= w\tau[-(3/2)\tau + 1] = 0 \\
 -(3/2)\tau + 1 &= 0 \\
 \tau &= (2/3) \text{ tai } \tau = 0
 \end{aligned}$$

2. kertaluvun ehto:

$$\begin{aligned}
 T''(2/3) &= w[-(6/2)\tau + 1] \\
 &= w[-(6/2)(2/3) + 1] \\
 &= w[-(12/6) + 1] \\
 &= w[-2 + 1] \\
 &= -w < 0 \text{ ja} \\
 T''(0) &= w[-(6/2)\tau + 1] \\
 &= w > 0
 \end{aligned}$$

Vapaa ääriarvo $\tau = (2/3)$ on siis paikallinen maksimikohta ja vapaa ääriarvo $\tau = 0$ on paikallinen minimikohta.

Välin päätepisteistä $\tau = 0$ on käsitelty edellä. Toinen päätepiste on $\tau = 1$. Tällöin $T' < 0$, joten kyseessä on paikallinen minimi. Vapaa ääriarvo $\tau = (2/3)$ on siis funktion $T(\tau)$ maksimi.

Huom. Myös kulkukaavio perusteluineen, tai funktion arvon laskeminen mahdollisten ääriarvojen kohdalla oli myös riittävä menetelmä funktion maksimin löytämiseksi.